

Pablo Sebastián Pardavé Allande

Restauración en las barrancas de

Cuernavaca

Ingeniería en Sistemas

Semestre 2017-1

Dr. Juan Antonio del Valle Flores

Índice

Tema	Página
Introducción	3
Incertidumbre	5
Decisiones con Riesgo	7
Valor de la Información	10
Enfoque de Utilidad en decisiones	15
Funciones de Utilidad	16
Decisiones con Multiobjetivos	19
Referencias	24

Introducción

Las barrancas en el municipio de Cuernavaca, Morelos son uno de los factores más influyentes en todo el ecosistema y clima del lugar; son las responsables del famoso slogan de “La ciudad de la eterna primavera” por su gran cantidad de vegetación que estabilizan el clima.

Con el desarrollo urbano explosivo que ha experimentado el país desde la década de los 60's, causa del incremento poblacional desmedido, las zonas conocidas como barrancas han sido sujetas a construcciones sin reglamentos y han sufrido de un descuido muy grande.

El principal causante de este problema son las casas que, a falta de drenaje, tiran todos sus desperdicios por el borde de la barranca y contaminan el área. Otros contribuyentes son las personas y negocios que tiran su basura hacia las mismas.

A continuación, se propondrán 3 métodos para combatir este daño que se le está haciendo a las barrancas.

Estos son: Crear infraestructura (sistema de drenaje y tratamiento de aguas residuales), crear un programa de limpieza regular de las barrancas y finalmente una única limpieza anual.

Los estados de la naturaleza son varios, pero para este caso se reducirá a 3 y estos son:

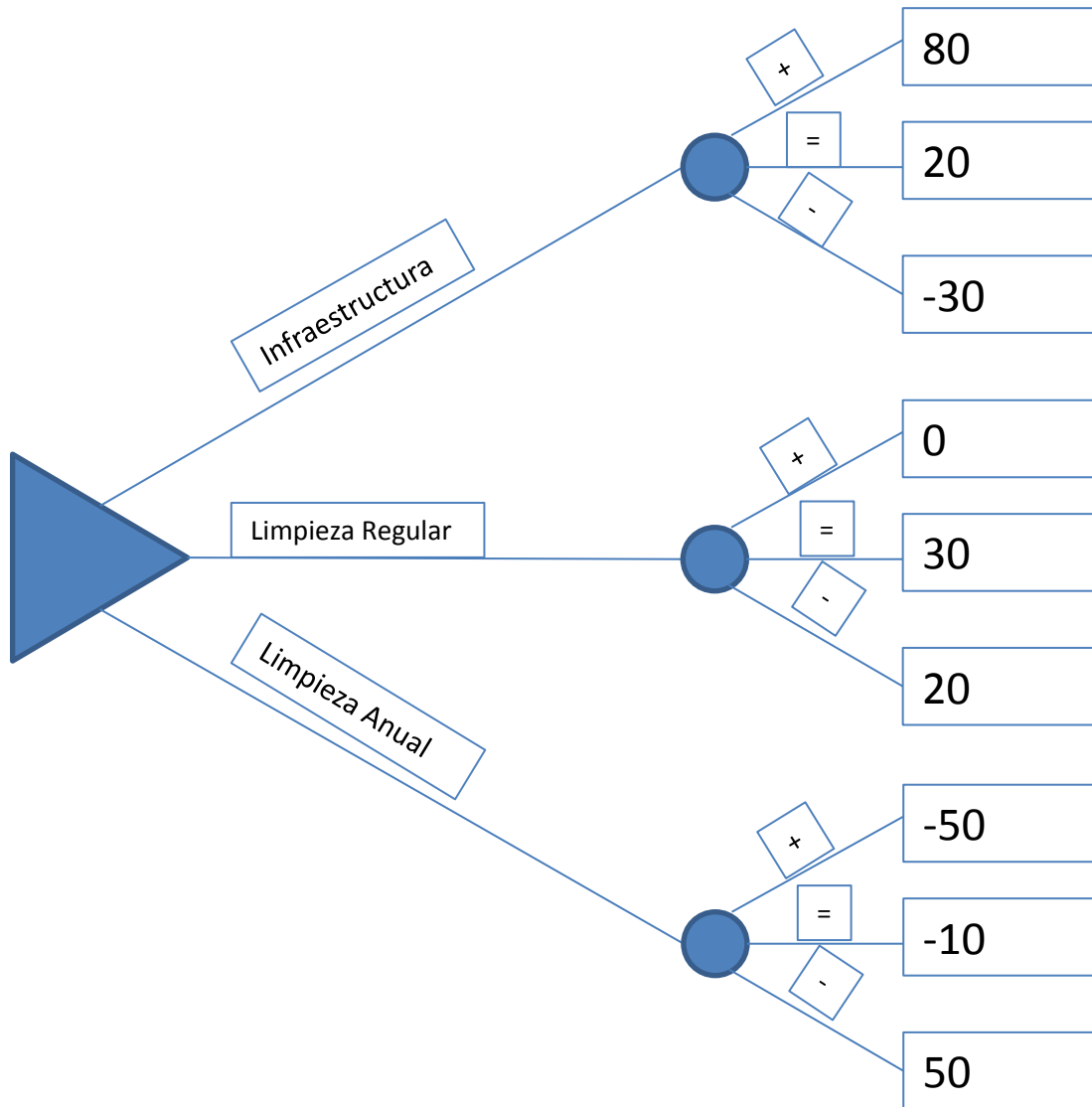
El volumen de desechos se incrementa, se mantiene constante y se reduce. Estos a su vez están sujetos a varios parámetros estadísticos y sociales, de los cuales se hablará después.

Con estos datos se puede generar la siguiente tabla:

	Incremento	Constante	Reducción
Infraestructura	80	20	-30
Limpieza regular	0	30	20
Limpieza esporádica	-50	-10	50

Los valores de los resultados son ganancias para el estado de Morelos y están en millones de pesos.

Se puede transformar a un árbol de decisiones también:



Desarrollo

Primero, se debe determinar que efectivamente son 3 alternativas reales y esto se obtiene por medio de la dominancia

	Incremento (E1)	Constante (E2)	Reducción (E3)
Infraestructura	80	20	-30
Limpieza regular	0	30	20
Limpieza esporádica	-50	-10	50

$i > Lr$ en E1 $Lr > i$ en E2 $Le > Lr$ en E3

Cada alternativa sale ganadora en diferentes estados, por lo que no hay dominancia.

1) Incertidumbre

Este proyecto se está basando en soluciones ficticias a un problema real. Por lo mismo, los estados de la naturaleza son puramente teóricos y no se tiene forma de saber exactamente las tendencias de que estos ocurran.

En el caso de incertidumbre se utilizarán varios criterios que darán sus mejores alternativas según sus filosofías respectivas.

Maximin

Para este criterio se usarán los peores resultados de cada alternativa (pesimismo, aversión al riesgo)

Infraestructura	-30
Limpieza Regular	0
Limpieza Anual	-10

Según este criterio, la mejor opción sería la alternativa 2: Limpieza Regular.

Maximax

Para este criterio, se elige la mejor opción posible (optimismo, propensión al riesgo)

Infraestructura	80
Limpieza Regular	30
Limpieza Anual	50

A diferencia de Maximin, aquí la mejor opción sería la alternativa 1: Infraestructura

Hurwics

Para este criterio se usa una mezcla de maximax y maximin, dándole a cada uno un criterio de optimismo. En este caso, yo le otorgaré $\alpha=0.7$

$$A1) 80(0.7)+(-30)(0.3)=47$$

$$A2) 30(0.7)+ 0 =21$$

$$A3) 50(0.7)+(-10)(0.3)= 32$$

Según este criterio, la alternativa 1 vuelve a ser la mejor.

Laplace

Laplace supone que la probabilidad de ocurrencia para cada evento es la misma, en este caso $p=0.33$. Con esta probabilidad se saca el Valor Esperado

$$A1) (80+20-30)(0.33)= 23.1$$

$$A2) (0+30+20)(0.33)= 16.5$$

$$A3) (-50-10+50)(0.33)= -3.3$$

De nuevo, según este criterio, vuelve a ganar la alternativa 1.

Savage (Arrepentimiento)

Para este criterio se modifica la gráfica, restándole al mejor resultado de cada Estado de la Naturaleza el resultado de las alternativas, en su respectivo renglón.

La nueva gráfica quedaría:

	Incremento (E1)	Constante (E2)	Reducción (E3)
Infraestructura	0	10	80
Limpieza regular	80	0	30
Limpieza esporádica	130	40	0

De esta nueva gráfica, se agarran los mayores resultados y de ahí se elige el menor.

A1	80
A2	80
A3	130

Como se puede ver, dos alternativas tienen el mismo valor, que resulta ser el más bajo. Para poder decidir se necesitará usar entonces otro criterio, como los arriba mostrados.

2) Decisiones con riesgo

Como se mencionó casi al inicio, hay unas ciertas probabilidades que se le podrían asignar a cada estado de la naturaleza conociendo ciertos datos estadísticos y culturales/sociales.

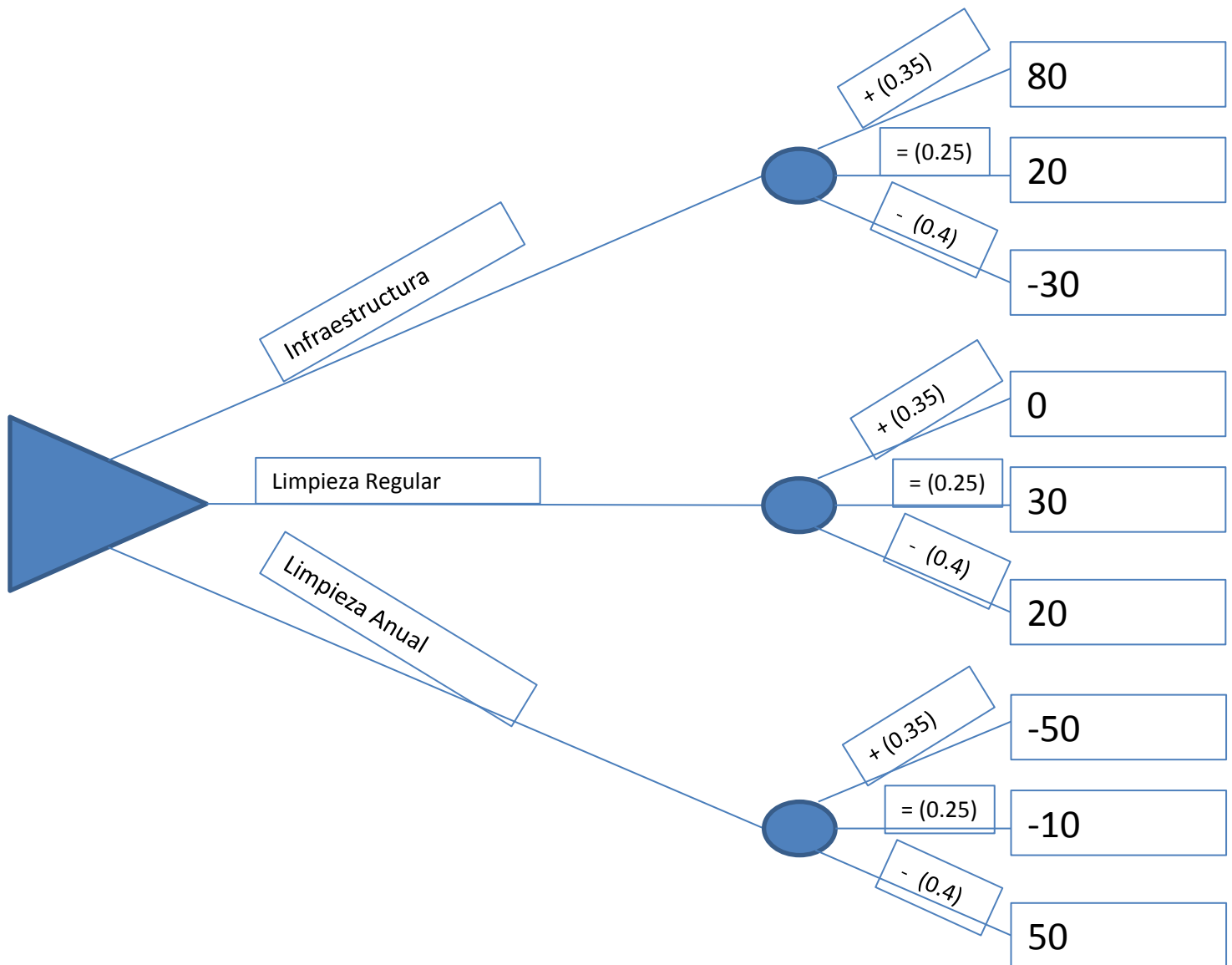
Estos datos para un estado de la naturaleza tan asociado a la población, se usan los datos del INEGI.

Estas estadísticas dicen que en el año 2010 había una población de 349,022 habitantes y para el año 2030 se tenía contemplada una población de 435,789 habitantes, siendo este un incremento del 17%.

También se tienen datos de varias iniciativas con el propósito de crear conciencia entre los habitantes para que la salud ecológica de las barrancas prospere. De igual forma, la tendencia mundial sobre el cuidado ambiental está creciendo y esto puede fomentar que se reduzcan los desechos que se tiren a las barrancas.

Con esta información, se proporcionan las siguientes probabilidades a la matriz (influenciados por mi forma de pensar):

	Incremento (0.35)	Constante (0.25)	Reducción (0.4)
Infraestructura	80	20	-30
Limpieza regular	0	30	20
Limpieza esporádica	-50	-10	50



Criterio de Maximización de Valor Esperado

Para este criterio se multiplican los resultados de cada alternativa por sus respectivas probabilidades. Esto sirve para saber que alternativa tiene la mayor ganancia en el conjunto de cualquier evento posible.

Para las alternativas del proyecto se tienen los siguientes valores esperados:

$$A1) 80(0.35) + 20(0.25) + (-30)(0.4) = 21$$

$$A2) 0(0.35) + 30(0.25) + (20)(0.4) = 15.5$$

$$A3) (-50)(0.35) + (-10)(0.25) + (50)(0.4) = 0$$

Analizando los resultados de este criterio la alternativa A1 sigue siendo la mejor ya que es la alternativa con un mayor valor esperado.

Más Probable Futuro

A razón de que el E1 y el E3 tienen casi las mismas probabilidades, este criterio podría no ser el más adecuado para usarse, pero en todo caso se plantearía así:

	Incremento (0.35)	Constante (0.25)	Reducción (0.4)
Infraestructura	80	20	-30
Limpieza regular	0	30	20
Limpieza esporádica	-50	-10	50

Tomando en cuenta solo el E3 (Reducción), el problema se vuelve determinístico

	Reducción
Infraestructura	-30
Limpieza regular	20
Limpieza esporádica	50

Con este criterio, la mejor alternativa sería la A3

Principio del nivel esperado

Para este problema lo que se busca es que no haya pérdidas en la realización del proyecto, por lo que se ignorarán todos los resultados posibles que sean menores a cero. Debido a que sería un proyecto del gobierno no se buscan necesariamente ganancias monetarias, por lo que un resultado con un valor de cero es en teoría aceptable.

	Incremento (0.35)	Constante (0.25)	Reducción (0.4)
Infraestructura	80	20	-
Limpieza regular	0	30	20
Limpieza esporádica	-	-	50

Con estas modificaciones a la matriz, en la que se eliminaron los valores negativos, se calculan las probabilidades esperadas para las alternativas del problema:

$$A1) (0.35) + (0.25) = 0.6$$

$$A2) (0.35) + (0.25) + (0.4) = 0.65$$

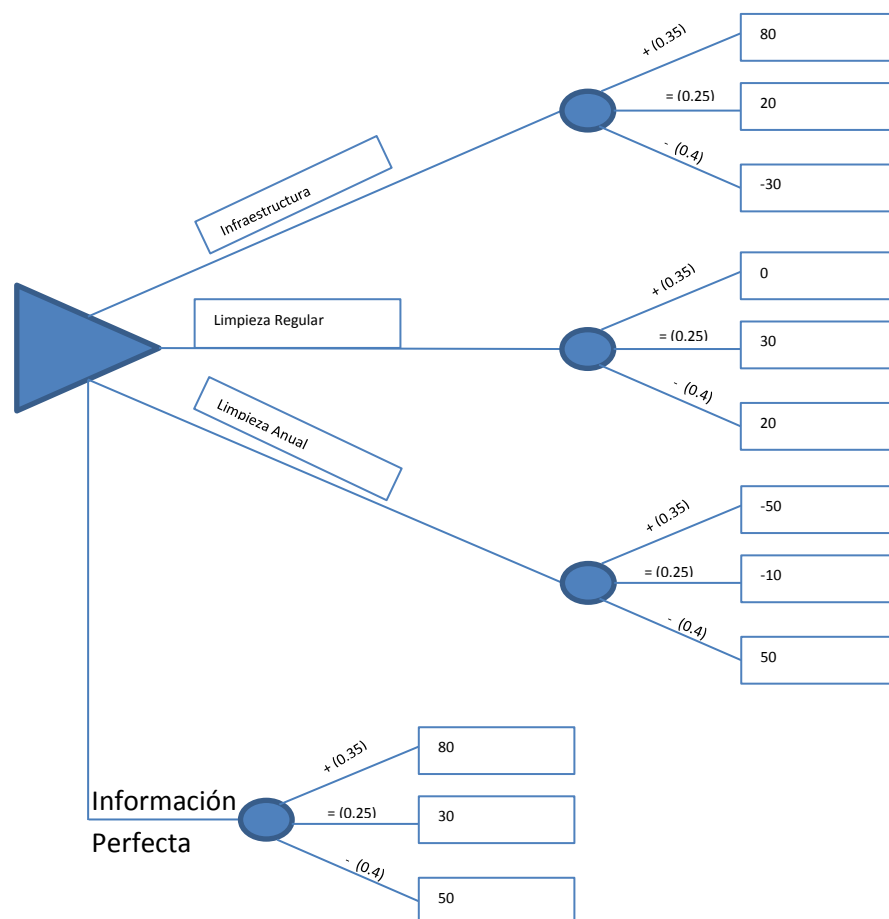
$$A3) (0.4) = 0.4$$

La alternativa A2, con este criterio más enfocado a utilidades, es la mejor ya que tiene más probabilidades de tener un resultado igual o mayor a 0.

Valor de la Información

Información Perfecta

Se presenta ahora la oportunidad de obtener información extra sobre el proyecto. Lo primero es una ficticia información perfecta donde se sabe con 100% de exactitud lo que pasará y en base a eso se pueden tomar las mejores decisiones para cada posible evento.



Se obtiene así entonces el valor de la información perfecta

$$VE(IP) = 80(0.35) + 30(0.25) + 50(0.4) = 55.5$$

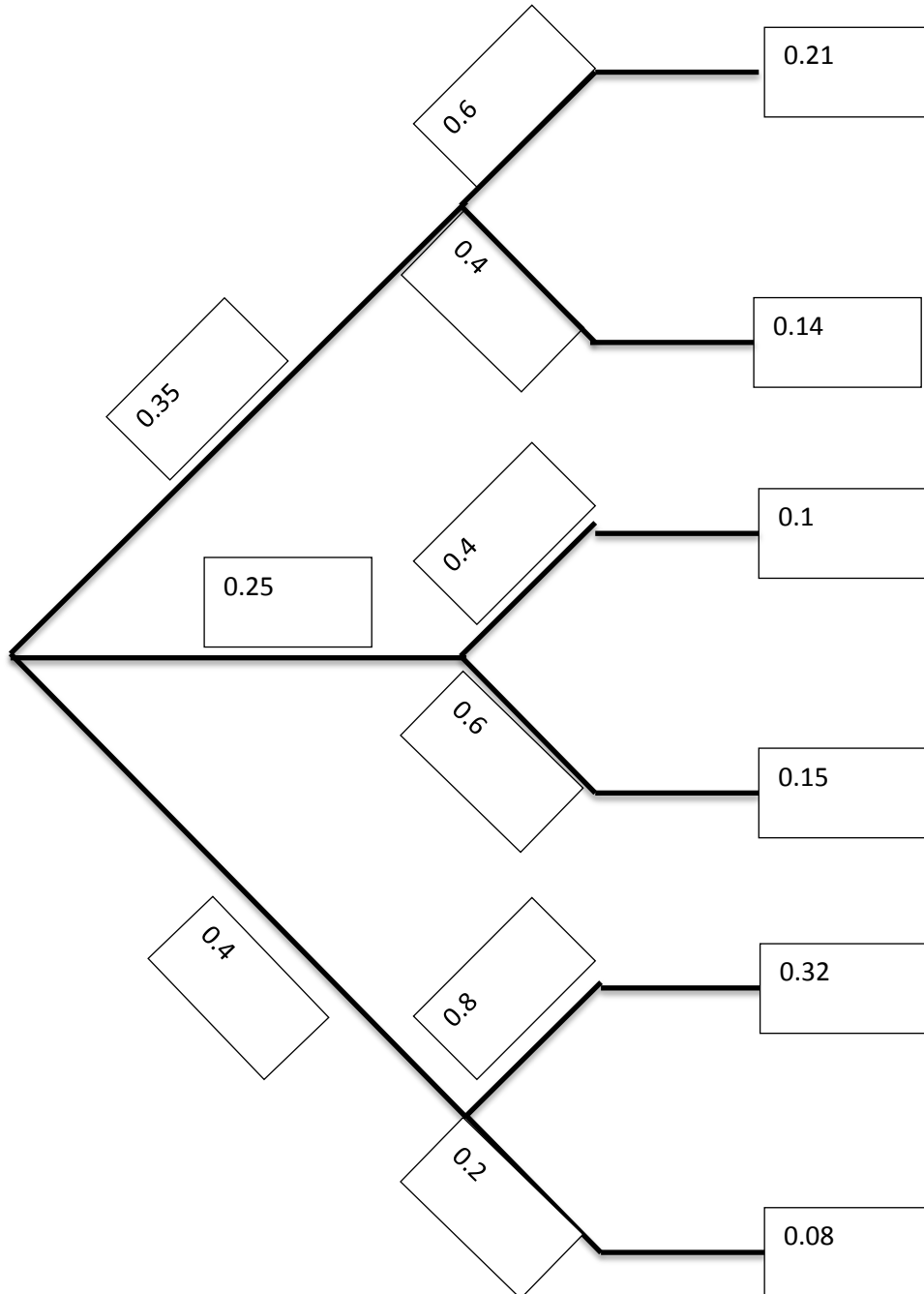
El valor de la información perfecta es entonces el valor de la información perfecta menos el mejor valor esperado sin información, que corresponde a A1 con $VE(A1) = 21$.

Valor IP = $55.5 - 21 = 34.5$ El mayor precio que pudiera tener la información perfecta es entonces de 34.5 millones.

Información imperfecta

Suponiendo que se contratan analistas para hacer un estudio de tendencias y conociendo su reputación y sobre las tendencias yo mismo, les doy una probabilidad de 0.6 si me dicen que aumentará la producción de desechos $P(c/E1) = 0.6$ y $P(i/E1) = 0.4$, una probabilidad de 0.4 si me dicen que se mantendrá la producción actual $P(c/E2) = 0.4$ y $P(i/E2) = 0.6$ y si me dicen que la producción bajará en ese lapso de tiempo les daré una probabilidad de 0.8 $P(c/E3) = 0.8$ y $P(i/E3) = 0.2$

ARBOL AUXILIAR:



$$P(c) = 0.63$$

$$P(i) = 0.37$$

Con estas nuevas probabilidades se proseguirá a sacar las nuevas probabilidades de los eventos según la información imperfecta.

Se considera que el costo de la información imperfecta, dado a que es un proyecto que abarca una gran región, es de 5 millones.

Con los valores de las probabilidades se puede entonces sacar la probabilidad condicional de cada evento según la información con Bayes.

Para el caso de que la información sea correcta se tiene que la probabilidad para el aumento de desechos es de $P(E1/c)=0.3333$, de $P(E2/c)=0.1587$ para desechos sin cambio en volumen y de $P(E3/c)=0.5079$.

Para el caso de que la información este errónea se tiene que $P(E1/i)=0.3783$, $P(E2/i)=0.4054$, $P(E3/i)=0.2162$.

Se puede calcular el valor esperado de las alternativas en cada caso:

Para el caso sin información (1) se tiene que:

$$A1) 80(0.35) + 20(0.25) + (-30)(0.4) = 21$$

$$A2) 0(0.35) + 30(0.25) + (20)(0.4) = 15.5$$

$$A3) (-50)(0.35) + (-10)(0.25) + (50)(0.4) = 0$$

Para el caso de información correcta (2) se tiene:

$$A1) 75(0.3333) + 15(0.1587) + (-35)(0.5079) = 9.6015$$

$$A2) (-5)(0.3333) + 25(0.1587) + (15)(0.5079) = 9.9195$$

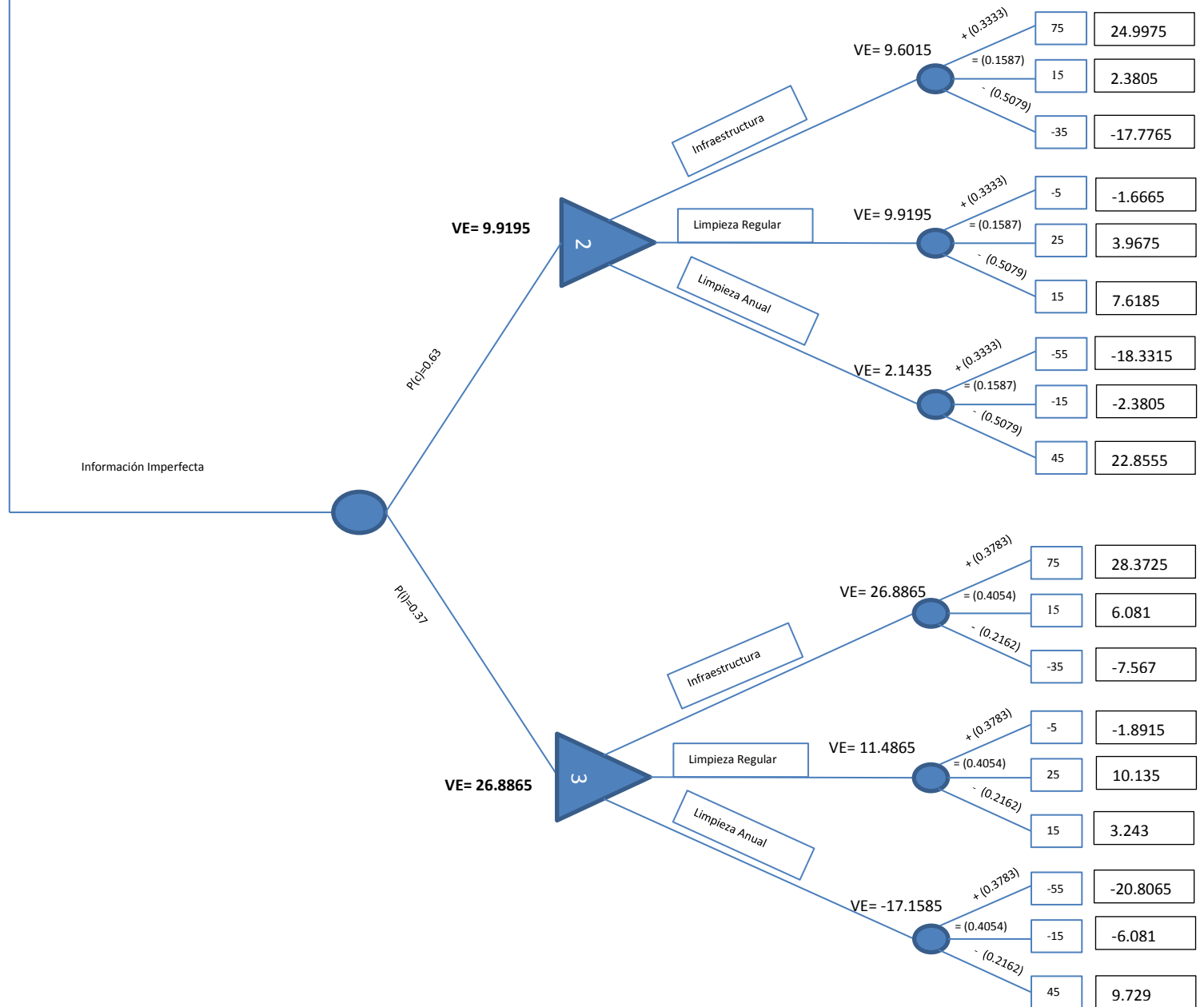
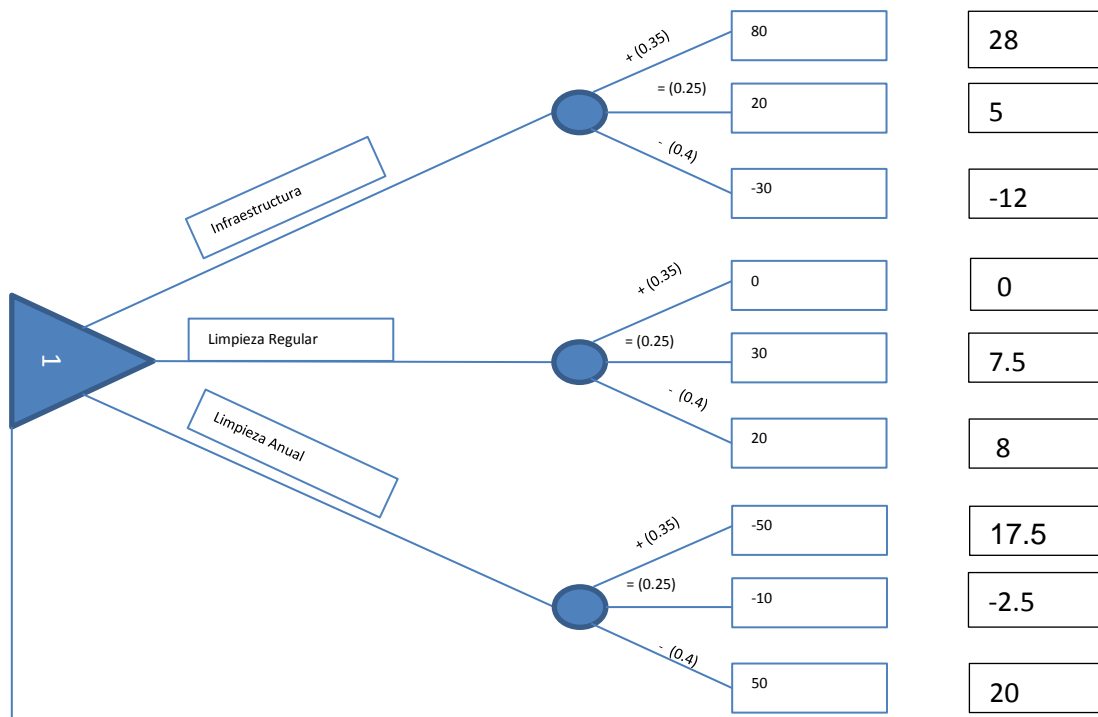
$$A3) (-55)(0.3333) + (-15)(0.1587) + (45)(0.5079) = 2.1435$$

Para el caso de información errónea (3) se tiene:

$$A1) 75(0.3783) + 15(0.4054) + (-35)(0.2162) = 26.8865$$

$$A2) (-5)(0.3783) + 25(0.4054) + (15)(0.2162) = 11.4865$$

$$A3) (-55)(0.3783) + (-15)(0.4054) + (45)(0.2162) = -17.1585$$



Con los valores esperados de cada decisión se puede elegir el valor esperado de la imperfecta.

$$VE(\text{imperfecta}) = (9.9195)(0.63) + (26.8865)(0.37) = 16.19729$$

$$VE(\text{sin información}) = 21 \quad (\text{corresponde a la Alternativa 1})$$

El valor esperado mayor (ya que son ganancias) es para sin información. Implica entonces que se tiene una menor ganancia buscando información.

Se llega a la conclusión, con los valores esperados, de que es mejor no buscar información de analistas y hacer la alternativa 1, Infraestructura.

Utilidad en las decisiones

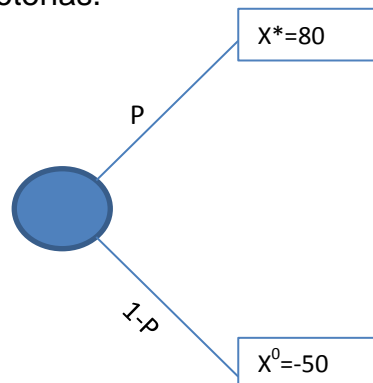
Preferencialmente se desea tener las mayores ganancias posibles.

De los datos obtenidos se tienen las siguientes ganancias en orden decreciente: {80, 50, 30, 20, 20, 0, -10, -30, -50}

La utilidad de 80, el mejor, es entonces $u(80)=1$ y la utilidad de -50 $u(-50)=0$

Se clasificará entonces como $X^*=80$ y $X^0=-50$

De esto sale un árbol de loterías.



Curvas de Utilidad

Método: Cuestionando Probabilidades

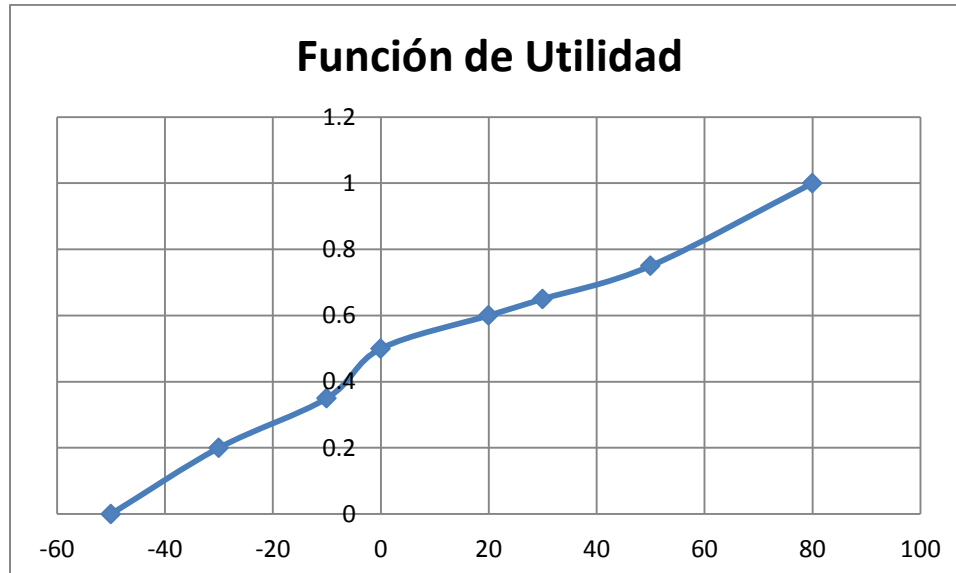
Teniendo ya la lotería se busca ahora preguntarle al decisor cuales son las probabilidades que le asignaría a las ganancias de los resultados.

Se sabe que $u(x_i) = P_i \cdot u(X^*)$; $u(X^*) = 1$, entonces $u(x_i) = P_i$

Otorga entonces las siguientes probabilidades en las que se tendría un EBC:

80	1
50	0.75
30	0.65
20	0.60
0	0.5
-10	0.35
-30	0.2
-50	0

Con estas se puede entonces crear una gráfica de la función de utilidades:



Con esto se puede ahora sacar el Valor Unitario Esperado de cada alternativa:

$$A1) 1(0.35) + 0.6(0.25) + 0.2(0.4) = 0.58$$

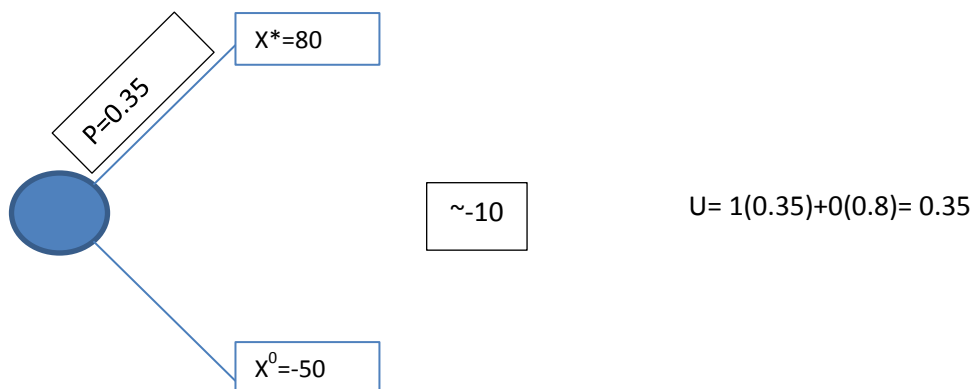
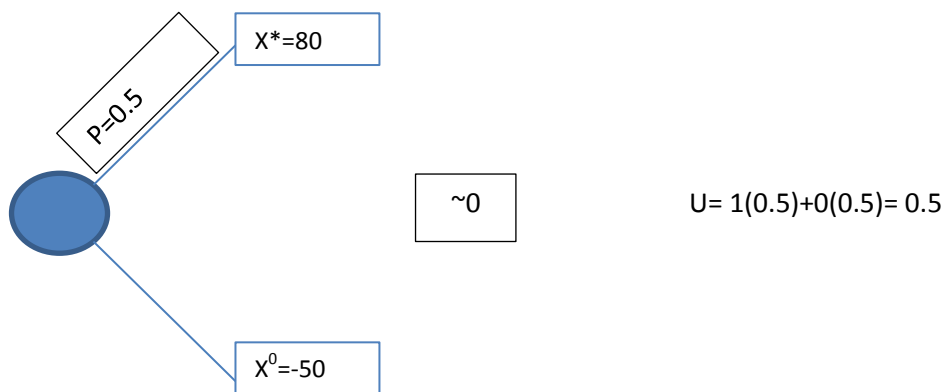
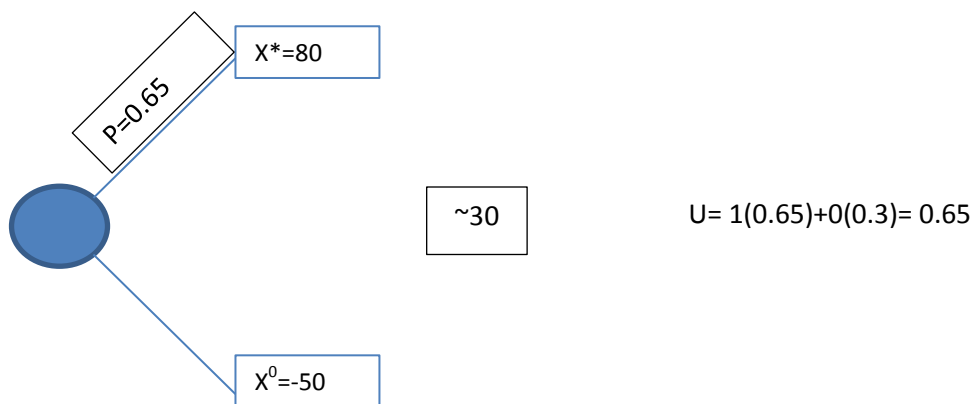
$$A2) 0.5(0.35) + 0.65(0.25) + 0.6(0.4) = 0.5775$$

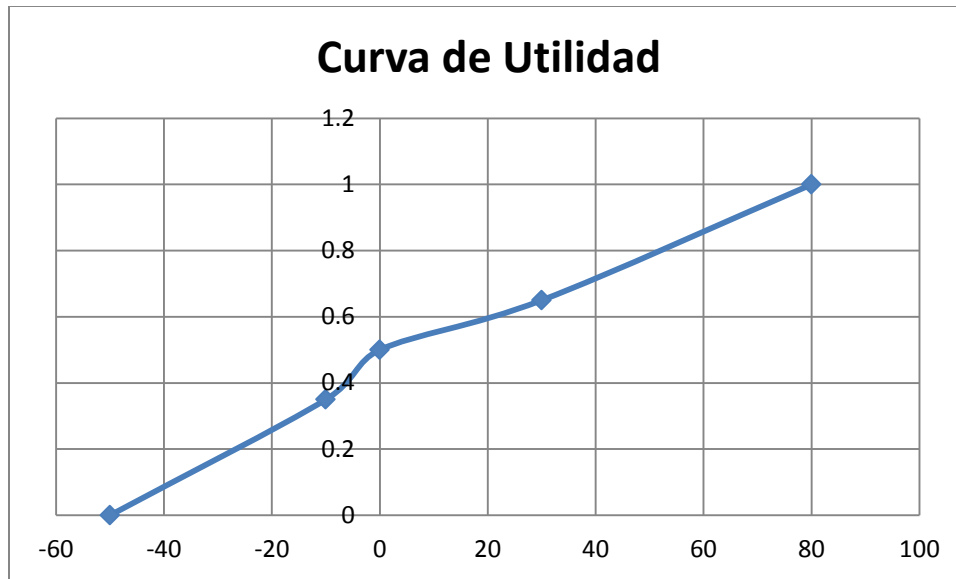
$$A3) 0(0.35) + 0.35(0.25) + 0.75(0.4) = 0.3875$$

Con este análisis podemos observar que la opción A1 da la mayor utilidad monetaria.

Método: Cuestionando Equivalentes Bajo Certeza

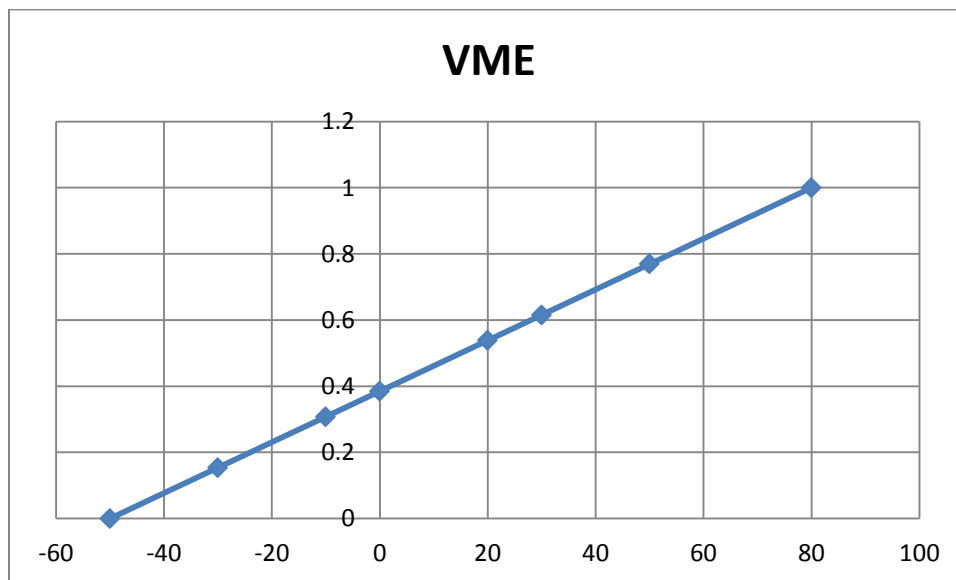
Volviendo a tomar las utilidades máxima $u(80)=1$ y mínima $u(-50)=0$ se varía ahora el valor de P que se tiene para los diferentes valores de xi para nuevos equivalentes bajo certeza



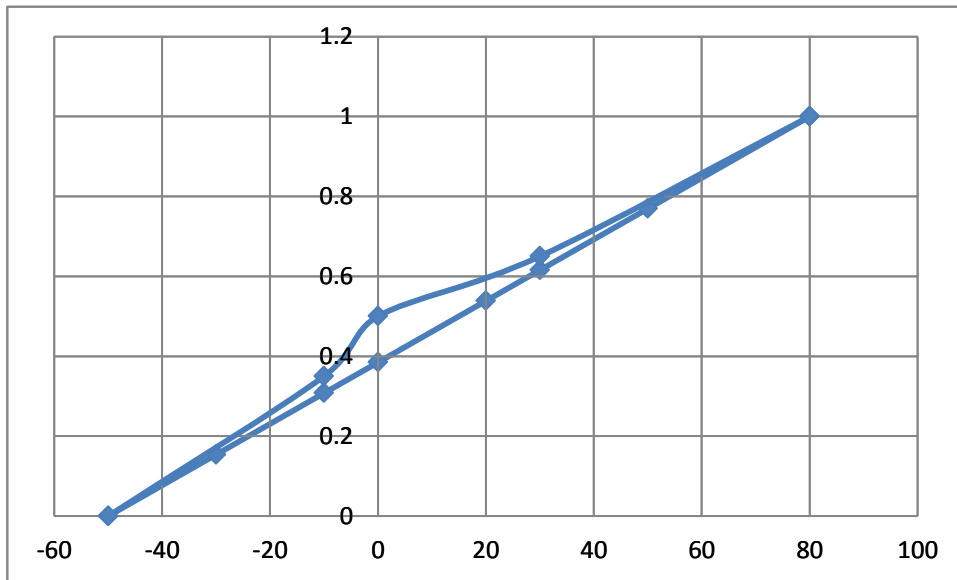


Analizando el comportamiento del decisor

El análisis del comportamiento se puede analizar de una forma gráfica de forma simple: sobreponiendo las gráficas de VME y EBC



Siguiendo una función lineal de probabilidades se obtiene la gráfica VME y se compara con la gráfica de EBC



Se puede observar que el decisor tiende a tener aversión al riesgo. Esto puede ser ya que al ser un proyecto de tal magnitud e importancia y de fondo público no se puede tener mucho espacio para errores.

Decisiones con Multiobjetivos

En este proyecto se toman en cuenta otros objetivos que son de interés a parte del monetario. Metiendo objetivos extras se debe llegar a una decisión que abarque de forma satisfactoria los más objetivos posibles.

En este problema los objetivos a considerar son:

- 1) Monetario (X1)
- 2) Ambiental (X2)
- 3) Social (X3)

Independencia preferencial mutua

Para confirmar que son independientes los objetivos se debe hacer una prueba de independencia. Esta se realiza teniendo una lotería con un EBC sujeta a un estado.

Para el analista se tiene que el objetivo de la Alternativa 1 es mejor a largo plazo en todas las áreas, sin importar el estado que llegue a pasar en un futuro.

Entonces el estado es independiente del objetivo ya que el cambio del estado no tiene efecto en la decisión.

Funciones de Utilidades Multilineales

Cada uno de los objetivos tiene diferentes medidas de utilidad con diferentes pesos (k_i):

Monetario = Mayores ganancias ($k_1=0.35$)

Ambiental = Tiempo de duración del área restaurada ($k_2=0.5$)

Social = Menor número de gente ($k_3=0.15$)

En la cuestión ambiental, lo que determinará la utilidad será el área que se mantiene limpia al cabo de 1 año

En Cuernavaca hay 369.95 hectáreas de barrancas, de las cuales el 80% está contaminado. Esto es entonces 2,959,600 m² de barrancas que se deben restaurar.

Siendo realistas, en este proyecto se podría esperar una restauración del 80% del área con la inversión que se planea, lo que dejaría 2,367,680 m² de barrancas.

Para el caso social, lo que se busca es perturbar lo menos posible a las personas. Se tiene la densidad urbana de Cuernavaca que es de aproximadamente 1950 habitantes/km². Usando esos datos se puede deducir un aproximado de gente que vive cerca de barrancas.

Área de barrancas = 2,367,680/1,000,000= 2.36768 km²

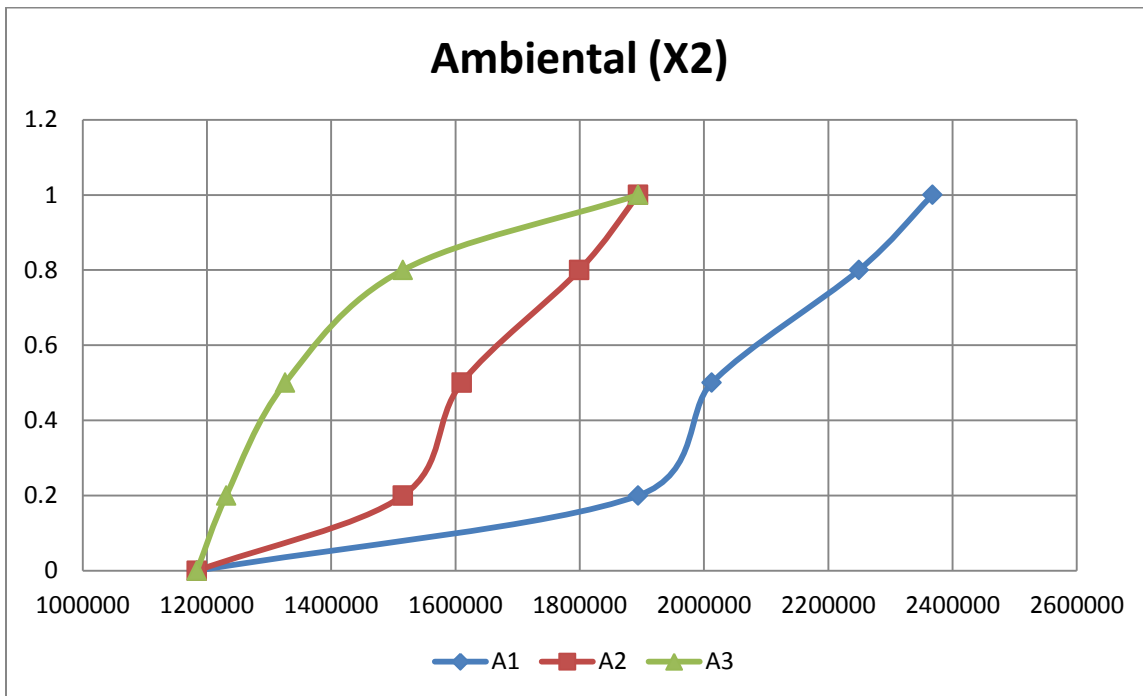
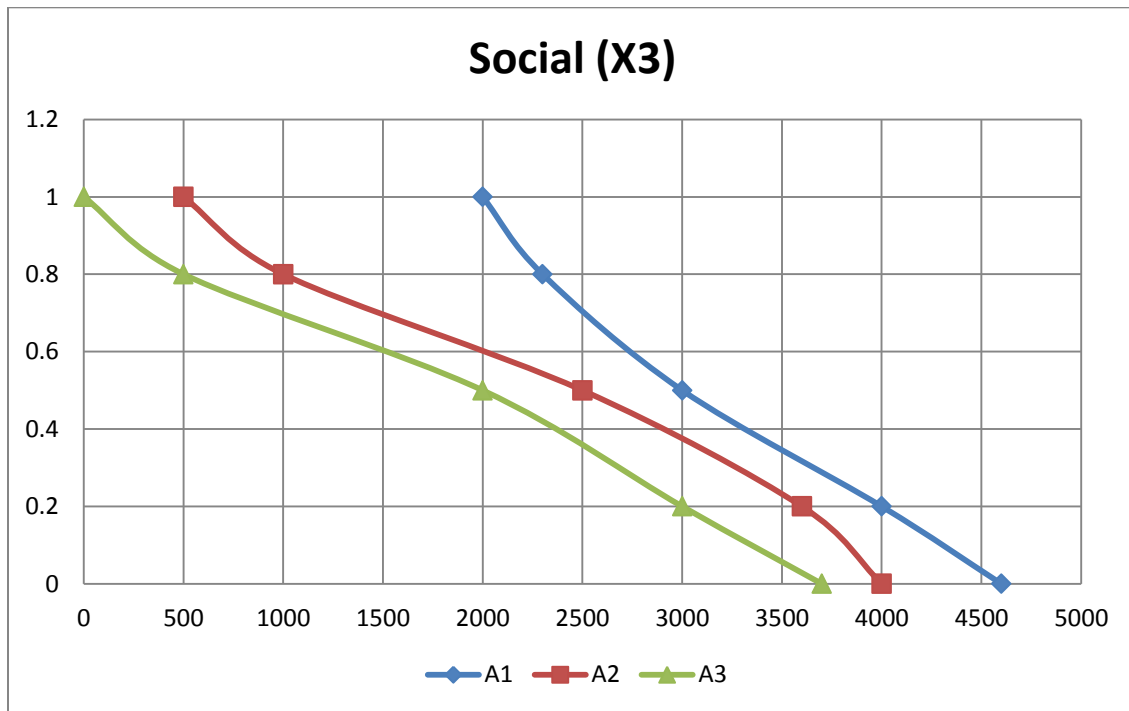
Población de barrancas = 4,616.976 ~ 4600 habitantes

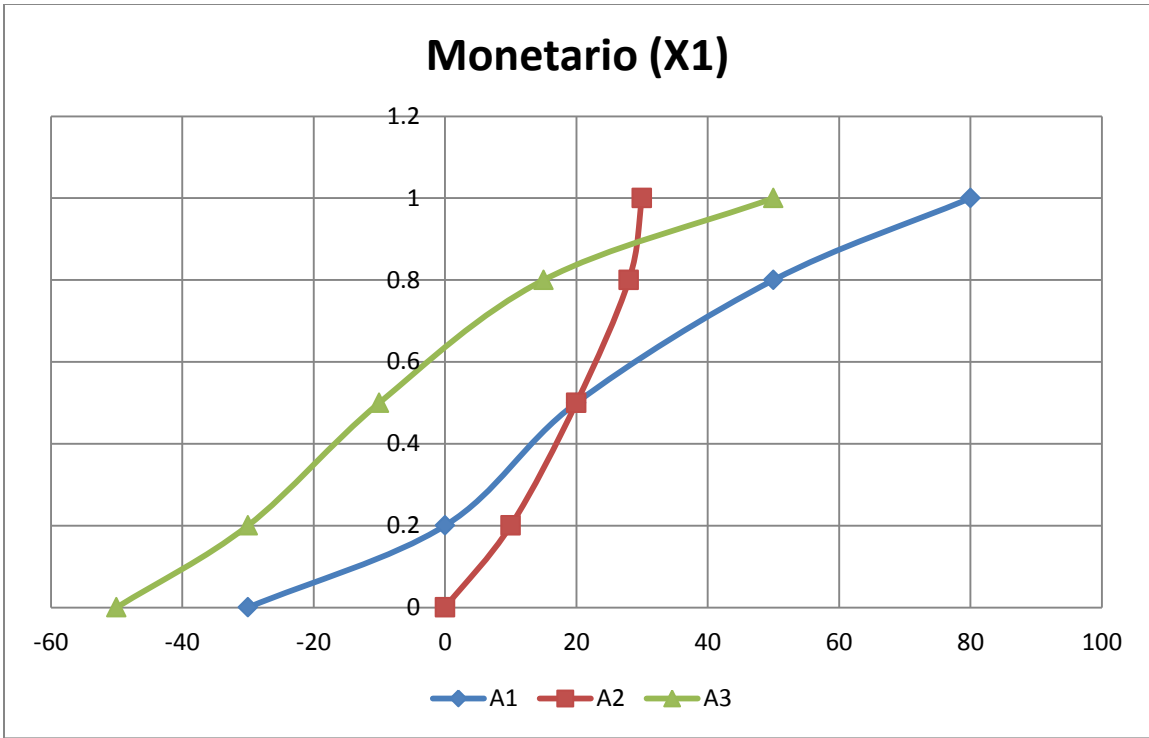
Se tiene entonces la siguiente tabla de utilidades:

Molestias	A1	A2	A3	Utilidad
(personas)	2000	500	0	1
	2300	1000	500	0.8
	3000	2500	2000	0.5
	4000	3600	3000	0.2
	4600	4000	3700	0
Área				
(m ²)	2367680	1894144	1894144	1
	2249296	1799436.8	1515315.2	0.8
	2012528	1610022.4	1325900.8	0.5
	1894144	1515315.2	1231193.6	0.2
	1183840	1183840	1183840	0
Ganancias				
(millones)	80	30	50	1

50	28	15	0.8
20	20	-10	0.5
0	10	-30	0.2
-30	0	-50	0

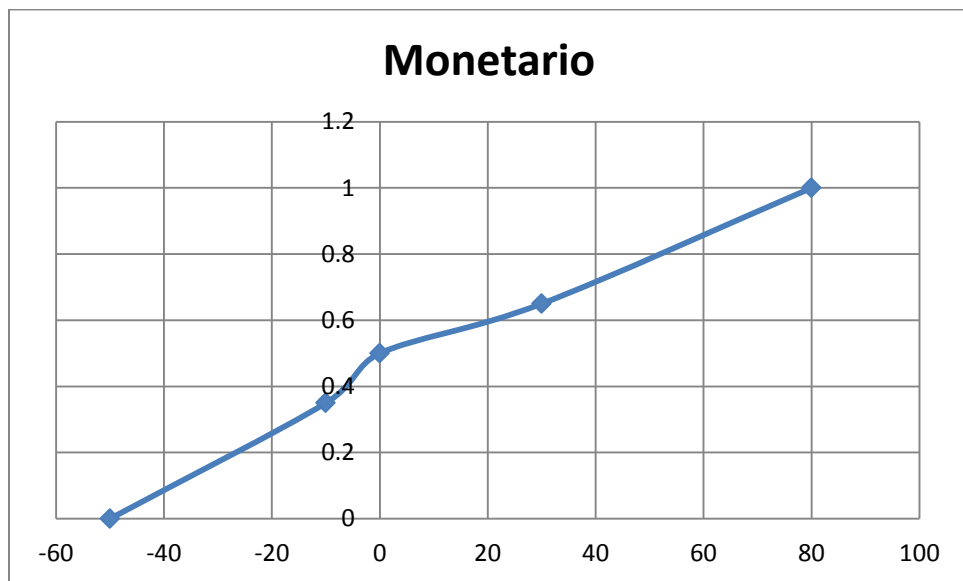
Y las siguientes gráficas:

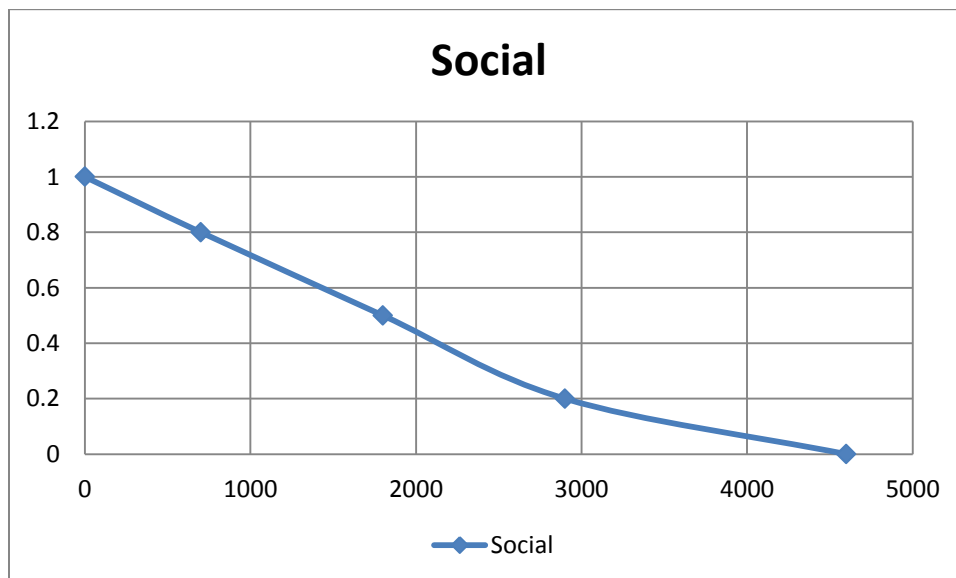
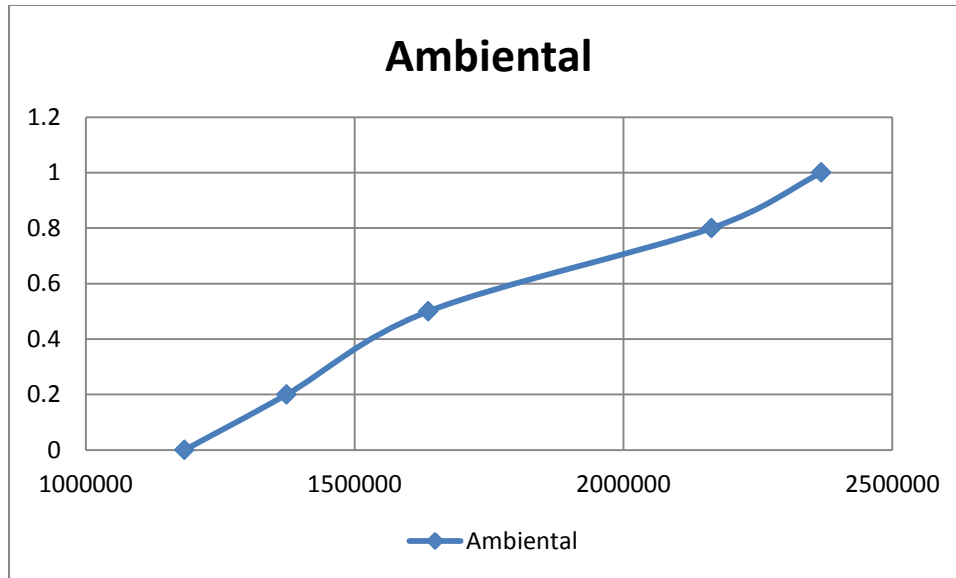




Se decidieron anteriormente los pesos de cada objetivo por el analista después de un análisis.

Se necesita ahora saber la función de utilidad de cada una de los objetivos





Considerando la separabilidad de la función se tiene que

$$U_1(X_1^*, X_2^*, X_3^*) = 1(0.35) + 1(0.5) + (0.45)(0.15) = 0.9175$$

$$U_2(X_1^*, X_2^*, X_3^*) = (0.65)(0.35) + (0.68)(0.5) + (0.9)(0.15) = 0.7025$$

$$U_3(X_1^*, X_2^*, X_3^*) = (0.78)(0.35) + (0.68)(0.5) + (1)(0.15) = 0.763$$

Se obtiene finalmente que la mejor alternativa es la alternativa A1= Infraestructura.

Referencias

http://www.inecc.gob.mx/descargas/dgipea/pon_barranca_cuernavaca.pdf

<http://www.ceieg.morelos.gob.mx/pdf/Diagnosticos2015/CUERNAVACA.pdf>

<http://www3.inegi.org.mx/sistemas/mexicocifras/default.aspx?e=17>

<https://www.launion.com.mx/morelos/sociedad/noticias/81340-decenas-de-barrancas-que-cruzan-cuernavaca-sufren-elevada-contaminaci%C3%B3n.html>

<https://www.launion.com.mx/morelos/sociedad/noticias/65897-barrancas-de-cuernavaca-ya-son-zonas-naturales-protegidas.html>

<http://www.ingenieria.unam.mx/javica1/ingsistemas2/>